

3.1. Na torus od gvožđa preseka $S = 1,5 \text{ cm}^2$ i srednje dužine $l = 40 \text{ cm}$ namotano je $N = 400$ navojaka. Izmerena je jačina struje u navojima od $I = 40 \text{ mA}$, a magnetni fluks u torusu je $\Phi = 3 \text{ } \mu\text{Wb}$. Izračunati:

- a) magnetnu indukciju B
- b) jačinu magnetnog polja H
- c) magnetni permeabilitet jezgra μ
- d) relativnu magnetnu permeabilnost μ_r jezgra

3.2. Dat je torus od livenog gvožđa, dužine srednje linije $l = 0,6 \text{ m}$ i poprečnog preseka $S = 20 \text{ cm}^2$, sa fluksom kroz torus $\Phi = 1,6 \text{ mWb}$. Na torusu je namotano $N = 1000$ navojaka. Izračunati:

- a) magnetnu indukciju B
- b) jačinu struje u navoju I
- c) relativni magnetni permeabilitet gvožđa μ_r

3.3. Magnetno kolo ima površinu poprečnog preseka $S = 16 \text{ cm}^2$, $l = 48 \text{ cm}$, kroz N navojaka teče struja $I = 0,5 \text{ A}$ i stvara magnetni fluks $\Phi = 1,6 \text{ mWb}$. Ako je magnetna permeabilnost datog kola $\mu = 3 \cdot 10^{-3} \text{ H/m}$, izračunati:

- magnetnu indukciju
- magnetomotornu silu
- broj navojaka

3.4. Dat je torus površine poprečnog preseka $S = 25 \text{ cm}^2$. Spoljašnji prečnik torusa je $d_1 = 30 \text{ cm}$, unutrašnji $d_2 = 25 \text{ cm}$. Na torusu je namotano $N = 1000$ navojaka kroz koje teče struja jačine $I = 3,14 \text{ A}$. Koliki je fluks u torusu?

3.5. Navoj u vakuumu, čije su dimenzije $l = 25,12 \text{ cm}$, $S = 4 \text{ cm}^2$, ima magnetomotornu silu $M = 2000 \text{ A}$. Koliki je magnetni fluks navoja?

3.6. Prstenasti navoj u vazduhu ima poprečni presek $S = 2,8 \text{ cm}^2$ i srednju dužinu $l = 44 \text{ cm}$. Kolika je magnetomotorna sila potrebna da bi se imao magnetni fluks od $\Phi = 8 \cdot 10^{-7} \text{ Wb}$?

3.7. Prstenasti navoj u vazduhu sa $N = 280$ navojaka ima površinu poprečnog preseka $S = 4 \text{ cm}^2$, a srednju dužinu magnetnih linija $l = 40 \text{ cm}$. Kolika je jačina struje potrebna da bi se imao magnetni fluks od $\Phi = 5 \cdot 10^{-7} \text{ Wb}$?

3.8. Kroz navoj u vakuumu, dužine $l = 15 \text{ cm}$ i poprečnog preseka $S = 3 \text{ cm}^2$ protiče struja od $I = 3 \text{ A}$. Koliki treba da je broj navojaka N da bi se u navoju imao magnetni fluks od $\Phi = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Wb}$?

3.9. Cilindrični navoj dužine $l = 20 \text{ cm}$ i srednjeg prečnika $d' = 2,5 \text{ cm}$ gusto je namotan (jedan uz drugi) sa $N = 150$ navojaka i nalazi se u vazduhu. Ako kroz navoj protiče struja $I = 2 \text{ A}$, kolika je jačina magnetnog polja i magnetni fluks u navoju?

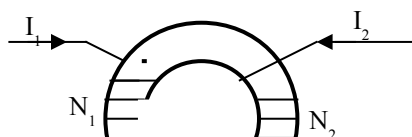
3.10. Prstenasti navoj sa jezgrom od nemagnetnog materijala ima gusto namotani navoj od žice prečnika $d = 1,6 \text{ mm}$ (sa izolacijom), pri čemu navojci sa unutrašnje strane prstena naležu jedan uz drugi. Dimenzije prstena su: $D_1 = 120 \text{ mm}$; $D_2 = 85 \text{ mm}$. Sračunati jačinu magnetnog polja i magnetni fluks ako je struja kroz navoj $I = 2,2 \text{ A}$.

3.11. Na prstenu od livenog gvožđa, čiji je srednji prečnik $D' = 25 \text{ cm}$, a presek okrugao i prečnika $d = 2 \text{ cm}$, namotano je ravnomerno 800 navojaka. Ogledom je izmerena struja od $I = 1 \text{ A}$, a magnetni fluks $\Phi = 1 \text{ mWb}$. Sračunati magnetnu indukciju (gustinu fluksa) B i relativni magnetni permeabilitet μ_r .

3.12. Prsten kružnog preseka od silicijum čelika, čije su dimenzije $D' = 22 \text{ cm}$ (srednji prečnik); $d = 2 \text{ cm}$, namotano je ravnomerno sa $N = 600$ navojaka. Ako je struja $I = 4 \text{ A}$, sračunati magnetni fluks Φ .

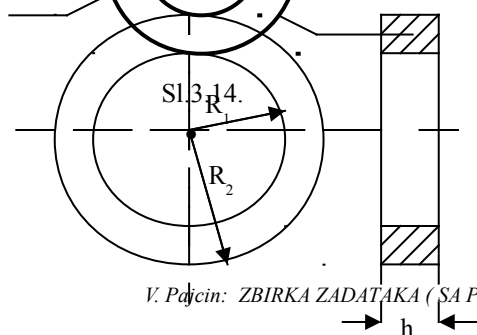
3.13. Za prsten od silicijum čelikovih limova, čije su dimenzije kao u predhodnom zadatku, kolika treba da bude jačina struje I da bi magnetni fluks bio $\Phi = 440 \mu\text{Wb}$?

3.14.



Na prstenastu jezgru (torus) namotana su dva kalema sa sledećim podacima: $N_1 = 50$; $N_2 = 80$, a struje $I_1 = 8 \text{ A}$, $I_2 = 2 \text{ A}$, odrediti smer magnetnog polja u jezgri, ako su smerovi struje kao na Sl. 3.14.

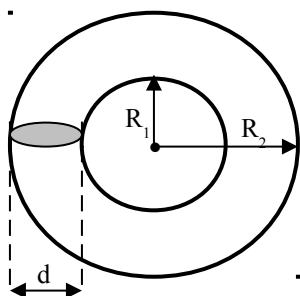
3.15.



V. Poljin: ZBIRKA ZADATAKA (SA PRIRUČNIKOM) IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

Kalem sa $N = 1000$ navojaka jednoliko je namotan na feromagnetnu jezgru cijije su dimenzije: $R_1 = 8 \text{ cm}$; $R_2 = 12 \text{ cm}$; $h = 15 \text{ cm}$ (Sl. 3.15.). Magnetni fluks u jezgri iznosi $\Phi = 0,025 \text{ Wb}$, a relativna magnetna permeabilnost $\mu_r = 2040$. Kolika je struja u kalemu?

3.16.



Sl.3.16.

Na torusnu jezgru kružnog preseka, prema slici 3.16, ravnomerno je namotan kalem sa $N = 2000$ navojaka. Kroz kalem teče struja $I = 0,1 \text{ A}$. Ako su poluprečnici jezgre $R_1 = 10 \text{ cm}$, $R_2 = 12 \text{ cm}$ a magnetna permeabilnost $\mu_r = 2000$, izračunati koliki je magnetni fluks u jezgri?

3.17. Koliki je magnetni fluks u zadatku 1.15 ?

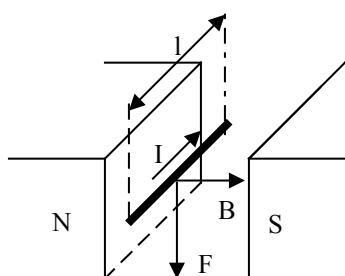
3.18. Jednoslojni kalem prečnika $1,8 \text{ cm}$ ima 12 navojaka po cm dužine. Koliki prečnik mora imati jedan drugi kalem koji bi kod iste struje i sa 8 navojaka po cm dužine ostvario isti magnetni fluks kao i prvi kalem ?

3.19. Kalem ima prečnik $2,5 \text{ cm}$. Koliki prečnik treba da ima jedan drugi kalem iste dužine ako ovaj treba da kod istog broja navojaka i dva puta manje struje, proizvede 20% jači magnetni fluks ?

3.20. Cilindrična prigušnica prečnika $d = 20 \text{ mm}$ i dužine $l_p = 0,5 \text{ m}$ načinjena je od bakarnog provodnika dužine $l = 15,7 \text{ m}$ i preseka $S = 1 \text{ mm}^2$. Prigušnica je priključena na izvor jednosmerne struje čija je ems $E = 12 \text{ V}$, a unutrašnja otpornost $0,525 \Omega$. Koliki je magnetni fluks date prigušnice? Napomena: specifična električna otpornost bakra je $0,0175 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$. Sredina je vazduh.

3.21. Na tankom torusu, dužine $l = 50 \text{ cm}$ i poprečnog preseka $S = 3 \text{ cm}^2$, namotano je ravnomerno 1500 navojaka žice. Kroz namotaj protiče struja jačine $I = 600$ _____

4.ELEKTROMAGNETNA SILA



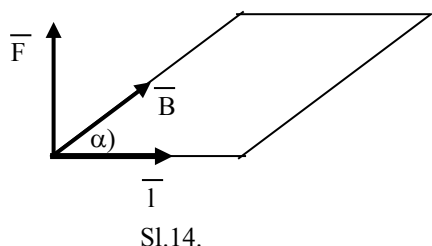
Sl.13.

Na provodnik kroz koji teče struja kada se on nalazi u magnetnom polju, kao prema slici 13, deluje elektromagnetna sila, koja je vektorska veličina. Ona je jednaka:

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{B} \times \vec{l})$$

Ovaj vektorski proizvod nam daje vektor F, koji je jednoznačno određen, tj.određenog pravca, smera i intenziteta.

Kako je vektorski proizvod dva vektora ($\vec{B}$ i $\vec{l}$) opet jedan vektor, čiji je intenzitet jednak površini tog paralelograma kojeg oni čine a smer i pravac odgovara desnoj zavojnici, kao što je predstavljeno na slici 14, (pravilo leve ruke ili pravilo tri prsta desne ruke), a samim tim i predhodni izraz je jednak:



$$\vec{F} = I \vec{B} l \sin \alpha$$

gde je: F ... elektromagnetna sila (N)
 I ... jačina struje (A)
 B ... magnetna indukcija (T)
 l ... aktivna dužina provodnika (m)
 α ... ugao između B i l (°)

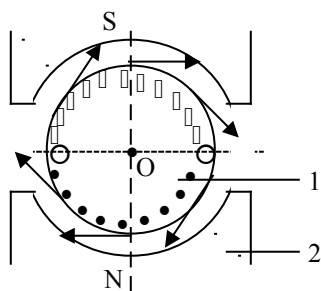
(Napomena: $B \times l = B l \sin \alpha$) (Sl. 14.)

Za $B \perp l \Rightarrow$

$$F = B I l [N]$$

Smer se može odrediti pravilom leve ruke (Sl.13.), koje glasi:
U dlan ulaze magnetne linije $\vec{B}$, ispruženi prsti pokazuju smer struje $\vec{I}$, dok će palac pokazivati smer sile $\vec{F}$.

Elektromagnetna sila se koristi kod elektromotora i kod mernih instrumenata.



Sl.16.

Elektromotori (kao i generatori) se sastoje od rotora (1) i statora (2), što je prikazano na slici 16. Stator motora stvara magnetno polje, u kojem se nalazi rotor. U žlebovima rotora smešteni su navojci, kroz koje protiče struja (dovedena preko četkica, ili se indukuje u namotajima rotora). Prolaskom struje kroz aktivni deo namotaja rotora, na taj deo namotaja (aktivni deo) će delovati elektromagnetna sila F_1 . Primenom pravila leve ruke (ili neko drugo pravilo « tri prsta desne ruke ») dolazimo do zaključka da će sve pojedinačne sile na pojedinačne aktivne delove navojaka delovati tako da će se one radijalno sabirati (istog smera). Usled toga ukupna sila F iznosi:

$$F = N \cdot F_1$$

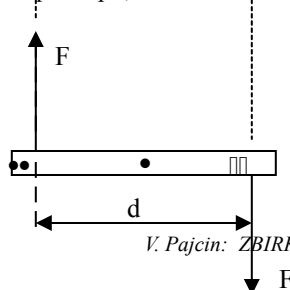
gde je N ukupan broj aktivnih delova navojaka (ravnih provodnika).

Na rotor, koji se nalazi u magnetnom polju statora, deluje spreg sile, koji će ostvariti zakretanje motora. Ovaj spreg sile stvara moment M , koji je srazmeran ukupnoj elektromagnetnoj sili F i kraku (poluprečniku rotora) r .
 Dakle, zakretni moment elektromotora iznosi:

$$M = F r$$

Ako se u magnetnom polju nađe kalem pravougaonog oblika, kao na slici 17, na njega će delovati elektromagnetna sila:

Na ovom principu, rade elektromotori (asinhroni, kolektorski, indukcionni).



$$M = F d [Nm]$$

gde je: d prečnik kalema (krak), slika 17.

Sl.17.



Ukupni zakretni moment je jednak:

$$M = M_1 + M_2 = F_1 d/2 + F_2 d/2 = 2Fd/2 = Fd \text{ (Nm)}.$$

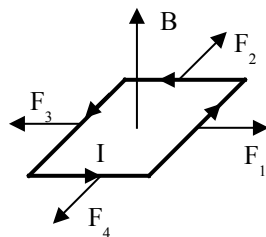
Kako je kod instrumenata sa kretnim kalemom magnetno polje homogeno radijalno, pa sledi da je:

$$M = NBId \sin \alpha = k I$$

jer je: $NBId = k$, a $\alpha = 90^\circ$.

Dakle, prema slici 17, zakretni momenat je srazmeran sa jačinom struje. Na ovom principu rade elektromagnetni instrumenti (ampermetar, voltmetar, ommetar) što nam i omogućuje merenje struje, napona i otpora.

RAVNA STRUJNA KONTURA U MAGNETNOM POLJU

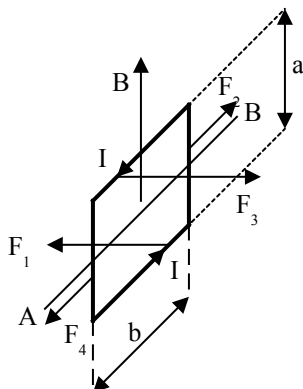


Sl.18.

Ako se u magnetnom polju nađe ravna strujna kontura, čija je površina normalna na magnetno polje, kao prema slici 18, tada će na stranice te konture delovati elektromagnetna sila, ako konturom protiče struja. Koristeći pravilo leve ruke (šake) odredimo pojedinačne sile (F_1 , F_2 , F_3 i F_4). Rezultantna sila će biti jednaka vektorskom zbiru pojedinačnih sila, odnosno ona će biti jednaka nuli (

$\vec{F}_1 = -\vec{F}_3$; $\vec{F}_2 = -\vec{F}_4$), jer je:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0$$



Sl.19.

Ako strujnu konturu sa slike 18 zarotiramo za neki ugao, tada površina strujne konture nije normalna na magnetnu indukciju B. U tom slučaju će dve elektromagnetne sile da se ponište, dok će druge dve da dovedu do rotiranja strujne konture, tj. ostvariti će zakretni moment. Prema slici 19, sile F_2 i F_4 se poništavaju (kao i na slici 18), dok će sile F_1 i F_3 svojim smerom zarotirati konturu oko osovinice AB.

Na stranice b deluju elektromagnetne sile čiji je intenzitet jednak: $F = BIb$. Istovremeno deluje i zakretni moment (moment sprega) koji iznosi:

$$M = F_1 \cdot a/2 \cdot \sin \alpha + F_3 \cdot a/2 \cdot \sin \alpha = F a \sin \alpha \Rightarrow$$

$$\boxed{M = Fd = F a \sin \alpha}$$

gde je α ugao između vektora B i normale na konturu.

Kako je $M = F \cdot d = F \cdot a \cdot \sin \alpha = B \cdot I \cdot b \cdot a \cdot \sin \alpha$, a $S = a \cdot b \Rightarrow M = B \cdot I \cdot S \cdot \sin \alpha$

Za $\alpha = 90^\circ$ moment je maksimalan, tj.

$$\boxed{M_{\max} = BIS}$$

Proizvod struje I i površine njene konture S se naziva **magnetni moment strujne konture m** i on iznosi :

$$\boxed{m = IS \text{ (Am}^2\text{)}}$$

Na osnovu ovog izraza i moment sprega se može pisati u obliku:

$$\boxed{M = m B \sin \alpha}$$

ili u vektorskom obliku:

$$\boxed{\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}}$$

UTICAJ MAGNETNOG POLJA NA ELEMENTARNA NAELEKTRISANJA

Zapremina provodnika (V) jednaka je: $V = l S$, gde je l dužina provodnika a S poprečni presek. Gustina struje u provodniku je:

$$J = \frac{I}{S} \Rightarrow I = J \cdot S, \text{ te sledi: } \vec{F} = \vec{I} \cdot (\vec{l} \times \vec{B}) = \vec{J} \cdot S \cdot (\vec{l} \times \vec{B}) = S l \cdot (\vec{J} \times \vec{B}) = (\vec{J} \times \vec{B})$$

Vektor I i vektor J su kolinearni pa je strelica sa I prenet na J.

Prostorna (zapreminska) gustina naelektrisanja iznosi: $\rho = dQ / dV$, pa za provodnik konstantnog preseka

sledi: $\rho = \frac{Q}{Sl} \left[\frac{C}{m^3} \right] \Rightarrow Q = \rho Sl \Rightarrow It = \rho Sl \Rightarrow I = \frac{\rho Sl}{t} = \rho Sv$, gde je $v = l/t$ brzina proticanja

naelektrisanja.

Množeći navedeni izraz sa dužinom l , sledi: $Il = \rho Svl = Qv \Rightarrow F = BIl = BQv \sin \alpha$.

Ako ukupno naelektrisanje Q zamenimo elementarnim naelektrisanjem q (elektron ili proton), sledi:

$$\mathbf{F} = q \mathbf{v} \mathbf{B} \sin \alpha$$

ili vektorski :

$$\bar{\mathbf{F}} = Q \cdot \bar{\mathbf{v}} \times \bar{\mathbf{B}}$$

Na elementarno naelektrisanje pored magnetnog polja deluje i električno polje svojom silo $F' = q E$

Sledi da na elementarno naelektrisanje istovremeno deluju dve sile : magnetna F i električna F' .

Ukupna sila jednaka je zbiru ove dve, pa sledi:

$$\bar{\mathbf{F}}_r = \bar{\mathbf{F}} + \bar{\mathbf{F}}' = q \cdot \bar{\mathbf{E}} + q \cdot \bar{\mathbf{v}} \times \bar{\mathbf{B}}$$

Navedeni izraz predstavlja LORENCOVU SILU, jer je do njega prvi došao Lorenc.

Ako posmatramo dejstvo magnetne i električne sile na jedan elektron, tada se umesto elementarnog naelektrisanja stavlja naelektrisanje elektrona ($q = -e$), te sledi:

$$\bar{\mathbf{F}}_r = -e \cdot \bar{\mathbf{E}} - e \cdot \bar{\mathbf{v}} \times \bar{\mathbf{B}}$$

Z A D A C I :

4.1. Izračunati elektromagnetnu silu koja deluje na provodnik dužine $l = 1$ m koji se nalazi u magnetnom polju indukcije $B = 0,8$ T, ako je jačina struje kroz provodnik $I = 20$ A. Provodnik i linije magnetnog polja zaklapaju ugao $\alpha = 30^\circ$.

4.2. U magnetnom polju indukcije B nalazi se provodnik dužine $l = 0,25$ m, kroz koji teče struja $I = 5$ A. Na provodnik, koji sa linijama magnetnog polja zaklapa ugao od 90° , deluje sila $F = 1$ N. Kolika je magnetna indukcija B ?

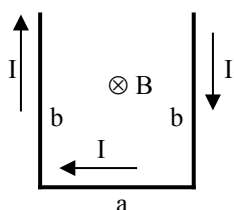
4.3. Kolika je dužina provodnika sa strujom $I = 1,3$ A koji se nalazi u magnetnom polju indukcije $B = 0,5$ T, ako na njega deluje sila $F = 1,5$ N. Provodnik je normalan na linije magnetnog polja.

4.4. Kolika je jačina struje u provodniku dužine $l = 0,4$ m, koji se pod uglom od 60° nalazi u magnetnom polju indukcije $B = 1,2$ T, i na koji deluje sila $F = 0,5$ N ?

4.5. Odrediti dužinu provodnika kroz koji teče struja $I = 0,8$ A, koji sa linijama magnetne indukcije $B = 0,8$ T zaklapa ugao od $\alpha = 45^\circ$, ako na njega deluje sila $F = 2$ N.

4.6. Pod kojim uglom je postavljen provodnik u odnosu na linije magnetnog polja indukcije $B = 1$ T, ako kroz njega protiče struja $I = 5$ A i ako na provodnik deluje sila $F = 1,5$ N. Dužina provodnika iznosi 60 cm.

4.7.



Sl.4.7.

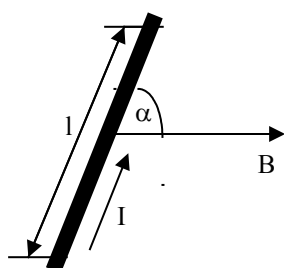
Provodnik, savijen kao na slici 4.7, nalazi se u homogenom magnetnom polju magnetne indukcije $B = 1,2$ T. Odrediti intenzitet, pravac i smer elektromagnetne sile koja deluje na dati provodnik, ako je jačina struje u provodniku $I = 50$ A datog smera, a dimenzije provodnika: $a = 1,5$ cm, $b = 20$ cm.

4.8. Navoj sa 200 navojaka nalazi se u homogenom magnetnom polju magnetne indukcije $B = 0,05$ T. Dužina aktivnog dela navoja iznosi $l = 6$ cm, a njegova širina $a = 4,25$ cm. Ako struja u navoju iznosi $I = 50$ mA, sračunati momenat sprega sila (zakretni momenat) koji deluje na navoj kada se ovaj nalazi u pravcu ose polova i kada se nalazi pod uglom od 45° prema ovoj osi.

4.9. U radijalnom magnetnom polju gustine (magnetne indukcije) $B = 0,4$ T nalazi se navoj koji se sastoji od 200 navojaka i ima dimenzije 30×20 mm. Koliki je momenat sprega kada je struja u navoju $I = 5$ mA ?

4.10. Po obimu indukta (rotora) prečnika $d = 20$ cm nalazi se 500 provodnika ravnomerno raspoređenih po žlebovima. U svakom trenutku nalazi se 80% svih provodnika ispod polova magneta u homogenom radijalnom magnetnom polju indukcije $B = 1$ T. Sračunati momenat sprega svih elektromagnetnih sila ako je dužina jednog provodnika $l = 20$ cm, a struja u provodnicima iznosi $I = 20$ A.

4.11.

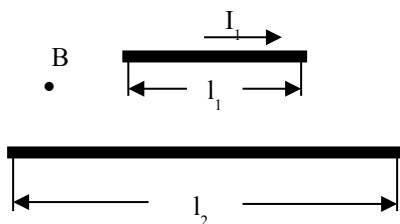


Prav provodnik dužine l , kroz koji protiče struja jačine I , leži u homogenom magnetnom polju indukcije B (Sl. 4.11.). Pravac vektora B i pravac provodnika zaklapaju međusobno ugao α . Odrediti intenzitet, pravac i smer elektromagnetne sile F koja deluje na provodnik, i to :

- $\alpha = 30^\circ$, $l = 0,5$ m, $I = 20$ A, $B = 0,5$ T;
- $\alpha = 90^\circ$, $l = 0,5$ m, $I = 20$ A, $B = 0,5$ T

Šta se dešava kada struja u provodniku promeni svoj smer ?

4.12.



Sl.4.12.

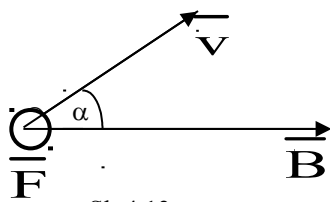
Dva paralelna provodnika dužina l_1 i l_2 , kroz koje protiču struje I_1 i I_2 , nalaze se u homogenom magnetnom polju indukcije B (Sl. 4.12.). Intenzitet i smer struje I_2 u provodniku dužine l_2 nisu poznati, ali je poznato da se provodnici međusobno privlače jednakim privlačnim silama. Odrediti:

- intenzitet, pravac i smer elektromagnetnih sila koje deluju na provodnike (zanemariti međusobni uticaj magn. polja provodnika) ;
- intenzitet i smer struje I_2 .

Brojni podaci:

$$l_1 = 50 \text{ cm}, l_2 = 1 \text{ m}, I_1 = 20 \text{ A}, B = 1 \text{ T (izlaznog smera, ka posmatraču)}.$$

4.13.*



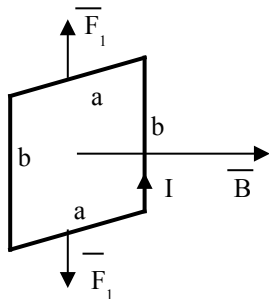
Sl. 4.13.

Mlaz naelektrisanih čestica kreće se kroz homogeno magnetno polje indukcije B brzinom v , pod uglom α u odnosu na pravac vektora B . Odrediti intenzitet, pravac i smer elektromagnetne sile (Lorencove sile) koja deluje na jednu česticu ako je njeno naelektrisanje q (Sl. 4.13.).

Brojni podaci:

$$v = 2 \cdot 10^7 \text{ m/s}, B = 0,2 \text{ T}, q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \alpha = 30^\circ$$

4.14.



Sl. 4.14.

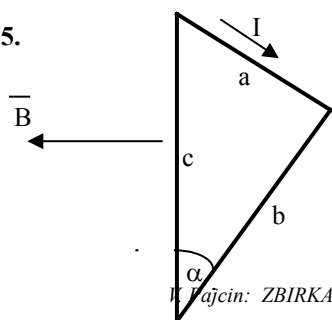
Strujna kontura pravougaonog oblika stranica a i b nalazi se u homogenom magnetnom polju indukcije B

(Sl. 4.14.). Ako je jačina struje u konturi I , odrediti:

- intenzitet, pravac i smer elektromagnetnih sila koje deluju na sve četiri stranice konture;
- intenzitet, pravac i smer magnetnog momenta konture;
- intenzitet momenta sprega.

Brojni podaci: $a = 5 \text{ cm}, b = 3 \text{ cm}, B = 1 \text{ T}, I = 10 \text{ A}, \alpha = 30^\circ$.

4.15.



Sl. 4.15.

Strujna kontura oblika pravouglog trougla nalazi se u homogenom magnetnom polju indukcije B (Sl. 4.15.). Kroz kolo protiče struja jačine I . Hipotenuza trougla je normalna na pravac vektora B . Odrediti:

- intenzitet, pravac i smer elektromagnetnih sila koje deluju na stranice konture;
- dati komentar dejstva sila na konturu.

Brojni podaci:

$$c = 10 \text{ cm}; B = 1 \text{ T}; I = 50 \text{ A}; \alpha = 30^\circ$$